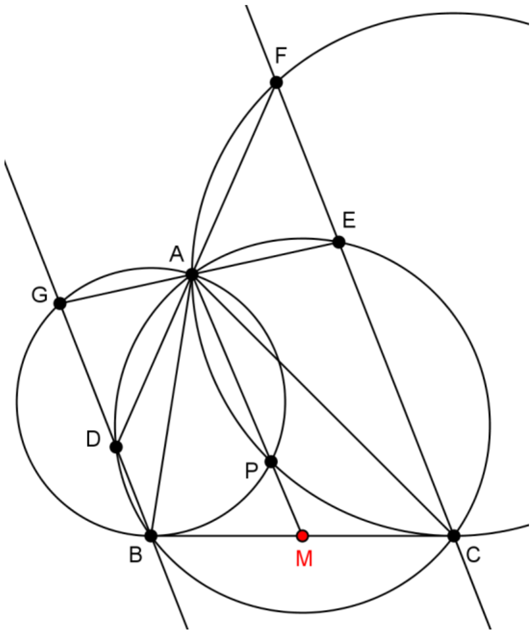
Задача. Нека ABC е триаголник и нека D и E се точки на неговата опишана кружница, така што $D \in \widehat{AB}$, $E \in \widehat{AC}$ и $BD \parallel CE$. Нека пресекот на правите DA и CE е F, а пресекот на правите EA и BD е G. Нека P е вториот пресек на опишаните кружници на $\triangle ABG$ и $\triangle ACF$. Докажи дека правата AP минува низ средината на страната BC.

Автор: Стефан Лозановски



Доказ. (Стефан Лозановски)
Нека $\angle ABC = \beta$ и $\angle ACB = \gamma$. Од тетивниот четириаголник $ABCE$ добиваме $\angle AEC = 180° - \beta$. Како спротивни агли на трансверзала GE за $BG \parallel CE$, имаме $\angle BGA = 180° - \angle AEC = \beta$. Значи, $\angle BGA = \angle ABC$, па од својството за агол помеѓу тангента и тетива следува дека BC е тангента на опишаната кружница на $\triangle BGA$. Нека $AP \cap BC = M$. Тогаш, од степен на точката M за кружницата $(BGAP)$ добиваме $\overline{MB}^2 = \overline{MP} \cdot \overline{MA}$ (алтернативно, ова може да се добие и од сличноста на триаголниците $\triangle MAB \sim \triangle MBP$). Слично се добива и дека BC е тангента на опишаната кружница на $\triangle CFA$, па $\overline{MC}^2 = \overline{MP} \cdot \overline{MA}$. Конечно, $\overline{MB}^2 = \overline{MP} \cdot \overline{MA} = \overline{MC}^2$, па $\overline{MB} = \overline{MC}$, т.е. AP минува низ средината на BC ■