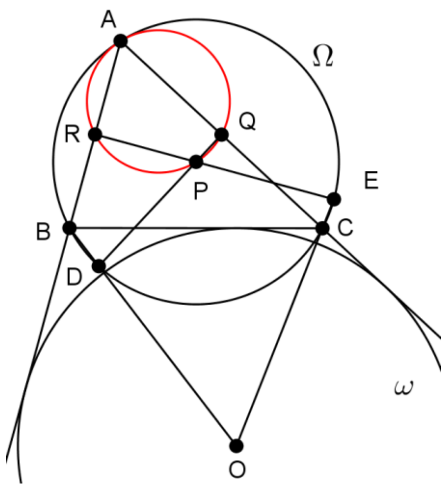
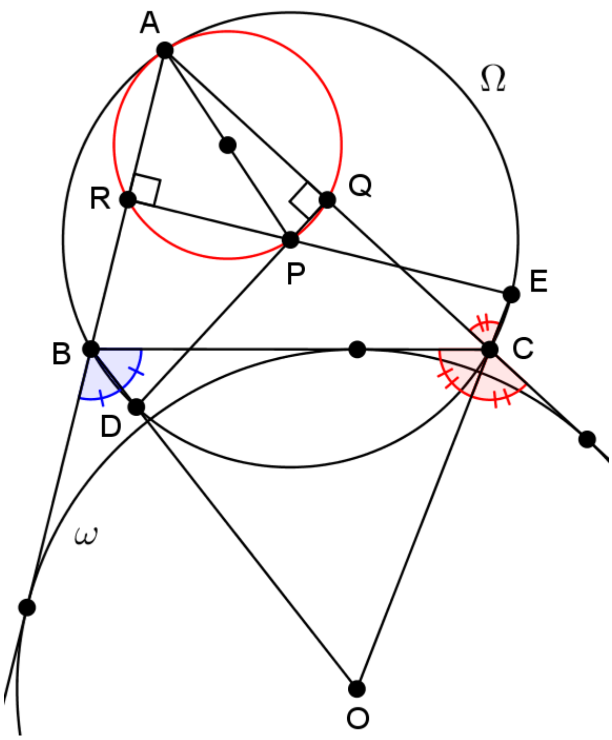
Задача. Нека A е точка надвор од кружницата ω, која има центар O. Нека B и C се точки на тангентните отсечки од A до ω, така што и отсечката BC е тангента на ω. Нека опишаната кружница на ABC е Ω, со центар во P. Правите OB и OC ја сечат Ω по втор пат во точки D и E, соодветно. Правите DP и EP ги сечат AC и AB, соодветно, во Q и R. Докажи дека опишаните кружници на $\triangle ABC$ и $\triangle PQR$ се тангентни.



Автор: Стефан Лозановски

Доказ (Стефан Лозановски)**.**
Бидејќи BA и BC се тангенти на ω и O е нејзиниот центар, поради симетрија добиваме дека BO е симетрала на надворешниот агол при темето B во триаголникот ABC. Затоа, $\angle DBC = \frac{180°-\beta}{2}$. Поради тоа што секој периферен агол над лакот $\widehat{ABC}$ е $180° - \beta$, добиваме дека D е средина на лакот $\widehat{ABC}$. Оттука, поради тоа што P е центар на Ω, добиваме дека DP е симетрала на страната AC, т.е. $\angle PQA = 90°$. Слично, E е средина на лакот $\widehat{ACB}$ и $\angle PRA = 90°$.



Поради тоа, четириаголникот $ARPQ$ е тетивен, т.е. $A \in (PQR)$. Според Талесовата Теорема, центарот на оваа кружница е средината на дијаметарот AP. Конечно, поради тоа што A лежи на двете кружници (ABC) и (PQR), и поради тоа што A е колинеарна со нивните центри, добиваме дека овие две кружници се тангентни. ■